ASD — Egzamin

Część II

30.01.1998

Zadanie 1 (10 pkt)
Zaprojektuj strukturę danych umożliwiającą wykonywanie poniższych operacji na dynamicznym, skończonym podzbiorze S zbioru punktów okręgu o środku w środku układu współrzędnych i promieniu jednostkowym:

Dodaj$(S,(x,y))$ :: dodaj punkt o współrzędnych (x,y) do zbioru S;
Usuń$(S,(x,y))$ :: usuń punkt o współrzędnych (x,y) ze zbioru S;
NajOdl$(S,(x,y))$ :: jeśli $S \neq \emptyset$, to dla danego punktu (x,y) na okręgu znajd"x w S punkt najbardziej odległy od punktu (x,y);
IlePunktów$(S,(x',y'),(x'',y''))$ :: zwróć liczbę punktów na łuku domkniętym o początku w (x',y') i końcu w $(x$", y") w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara.

Opisz strukturę danych i sposób implementacji każdej z powyższych operacji. Zanalizuj złożoność zaproponowanych algorytmów.

Zadanie 2 (11 pkt)
Załóżmy, że chcemy wykonywać operacje Search i Insert na zbiorze n-elementowym. Niech $k = \lfloor \log(n+1) \rfloor$ i niech $\langle n_{k-1}, n_{k-2}, \ldots, n_0 \rangle$ będzie binarną reprezentacją n. Mamy k tablic $A_0, A_1, \ldots, A_{k-1}$. Tablica A_i na rozmiar 2^i. Każda tablica A_i, $i = 0, \ldots, k-1$, jest albo pusta, albo w całości zapełniona w zależności od tego, czy $n_i = 0$, czy $n_i = 1$. Zapełnione tablice są uporządkowane rosnąco. Nie ma żadnych szczególnych zależności pomiędzy elementami z różnych tablic.

- (3 pkt)
  Opisz sposób wykonywania operacji Search na tej strukturze danych. Oszacuj pesymistyczny czas działania tej operacji.
- (8 pkt)
  Opisz sposób wstawiania nowego elementu do tej struktury. Przeanalizuj jego pesymistyczny i zamortyzowany czas działania.

Zadanie 3 (13 pkt)

Zaprojektuj efektywny algorytm, który scala k uporządkowanych ciągów liczb całkowitych $A_1, A_2, \ldots, A_k$ o sumarycznej długości n w jeden ciąg uporządkowany,

- (8 pkt) przy założeniu, że różnica między kolejnymi elementami każdego ciągu wynosi co najwyżej 10.
- (5 pkt) bez żadnych dodatkowych założeń o elementach scalanych ciągów.

Zanalizuj złożoność każdego algorytmu jako funkcję k i n.

Zadanie 4 (6 pkt)

Z szachownicy $n \times n$ wycięto k pól, $0 \leq k \leq n^2$. Zaprojektuj algorytm, który w czasie $O(n^3)$ sprawdzi, czy można szachownicę pokryć kostkami domina.