

Egzamin z Algorytmów i Struktur Danych – Zadania
28.01.2003

1. (10 punktów)

Na liście jednokierunkowej L o $n + 2$ rekordach (*liczba, nast*) zapisano wszystkie n liczb całkowitych z przedziału $1..n$ – jedna z liczb pojawia się trzykrotnie lub dwie liczby występują dwukrotnie. Zaprojektuj efektywny algorytm, który w *miejscu* znajdzie wartość pojawiającą się na liście L więcej niż raz. Uzasadnij poprawność swojego algorytmu i zanalizuj jego złożoność.

2. (10 punktów)

Rozważamy sortowanie przez porównania ciągów długości n i zawierających $O(n^{3/2})$ inwersji. Podaj ograniczenie dolne (w notacji Ω) na liczbę porównań w pesymistycznym przypadku, niezbędną do posortowania ciągu takiej postaci. Odpowiedź uzasadnij. Zaproponuj algorytm sortowania takich ciągów.

3. (10 punktów)

Wyjaśnij, w jaki sposób zmodyfikować algorytm Dijkstry, żeby w przypadku istnienia wielu minimalnych ścieżek (ze względu na sumy wag na krawędziach) z s do v znajdował ścieżkę najkrótszą ze względu na liczbę krawędzi.

4. (10 punktów) Dane są dwie proste, równoległe do osi x -ów: $P1 : y = -1$ i $P2 : y = 1$. Zaprojektuj strukturę danych, która umożliwi efektywne wykonywanie następujących operacji na skończonym zbiorze Z punktów leżących na prostych $P1 \cup P2$:

1. Insert(x, i):: $Z := Z \cup \{(x, i)\}$, $i \in \{-1, 1\}$;

2. Delete(x, i):: $Z := Z - \{(x, i)\}$, $i \in \{-1, 1\}$;

3. MinDist:: return $\min\{\text{dist}(p1, p2) : p1 \in P1 \cap Z, p2 \in P2 \cap Z\}$.

Uzasadnij poprawność swojego rozwiązania i zanalizuj złożoność poszczególnych operacji.