

## Egzamin z ASD (09.02.2007)

### Zadanie 1 [6+5]

W tablicy  $a[1..n]$  zapisano przesunięty cyklicznie, rosnący ciąg liczb całkowitych.

- a) Zaproponuj algorytm, który wyznaczy największy element w tablicy  $a$  i zrobi to w sposób optymalny, tzn. minimalizując w pesymistycznym przypadku liczbę porównań pomiędzy elementami ciągu.
- b) Uzasadnij optymalność swojego rozwiązania.

### Zadanie 2 [6+6]

- a) Ile wynosi wysokość AVL-drzewa powstałego w wyniku wstawienia do pustego początkowo drzewa kolejno liczb  $1, 2, \dots, n$ ?
- b) Dla  $n > 2$  podaj dwie inne permutacje liczb  $1, 2, \dots, n$  dające takie samo AVL-drzewo jak to, o którym mowa w pytaniu a).

Uzasadnij poprawność swoich odpowiedzi.

### Zadanie 3 [12+12 (bonus)]

Dane jest  $n$ -wierzchołkowe, ukorzenione drzewo  $T$  – dla każdego wierzchołka znana jest lista jego dzieci oraz dany jest korzeń  $r$ . Z każdego liścia w drzewie wychodzi ścieżka w kierunku korzenia, która nie musi się kończyć w korzeniu. Ścieżki są opisane za pomocą wyroczni  $O(w, l)$ , która odpowiada na pytanie: *Czy węzeł  $w$  należy do ścieżki zaczynającej się w liściu  $l$ ?* Zaprojektuj efektywne algorytmy:

- a) sprawdzający, czy wszystkie ścieżki razem pokrywają całe drzewo,
- b) wyznaczający dla każdego liścia koniec ścieżki o początku w tym liściu.**

Uzasadnij poprawność zaproponowanych rozwiązań i dokonaj analizy złożoności obliczeniowej zaprojektowanych algorytmów.

### Zadanie 4 [5]

Dany jest graf niezorientowany  $G=(V,E)$  oraz funkcja  $f: V \rightarrow \{1, \dots, k\}$ .

Opracuj strukturę danych udostępniającą następujące operacje:

- **Buďuj**  $(G, f)$  : tworzy strukturę danych na podstawie grafu  $G$  i funkcji  $f$ .
- **Odległość**  $(v, k)$  : zwraca odległość od  $v$  do najbliższego wierzchołka  $w$  t. ż.  $f(w)=k$ .
- **Ścieżka**  $(v, k)$  : zwraca najkrótszą ścieżkę od  $v$  do wierzchołka  $w$  t. ż.  $f(w)=k$ .

Przy ocenie Twojego rozwiązania będą brane pod uwagę:

- czas przetwarzania zapytań **Odległość** i **Ścieżka**,
- czas działania procedury **Buďuj**,
- rozmiar struktury danych,

w powyższej kolejności (tzn. należy dążyć do uzyskania jak najmniejszego czasu przetwarzania zapytań, następnie jak najmniejszego czasu budowy struktury, następnie jak najmniejszego rozmiaru). **Przyjmujemy, że  $k \ll n$ .**