

Egzamin z Algorytmów i Struktur Danych – Zadania
6.03.2003

1. (6 punktów)

Podaj optymalny algorytm sprawdzania, czy w danym ciągu n -elementowym wszystkie elementy są takie same. Operacją dominującą jest porównanie dwóch elementów. Udowodnij optymalność swojego rozwiązania.

2. (10 punktów)

Wierzchołkiem rozdzielającym w spójnym grafie nazywamy wierzchołek, którego usunięcie rozspójnia graf. Załóżmy, że dany jest (przez listy sąsiedztwa) spójny graf G o n wierzchołkach i m krawędziach.

a) Zaproponuj prosty i efektywny algorytm, znajdujący w G wierzchołek, który **nie jest** wierzchołkiem rozdzielającym.

b) Ułóż efektywny algorytm, który znajdzie taką kolejność usuwania wierzchołków z grafu G , że żadne usunięcie nie rozspójni aktualnego grafu.

3. (10 punktów)

Zaprojektuj strukturę danych dla skończonego multizbioru liczb całkowitych S , umożliwiającą efektywne wykonywanie następujących operacji:

- $\text{Insert}(S, x, k)$:: dodaj k egzemplarzy x do zbioru S .
- $\text{Delete}(S, x, k)$:: usuń $\min(k, \#(x \in S))$ egzemplarzy x z S .
- $\text{Max}(S)$:: podaj element, który ma najwięcej wystąpień w S .

4. (14 punktów)

Na płaszczyźnie dodajemy kolejno punkty o współrzędnych (x_i, y_i) i takie, że $x_{i+1} > x_i$. Po dodaniu kolejnego punktu łączymy go ze wszystkimi wcześniejszymi punktami i takimi, że dodana krawędź (odcinek) nie przetnie już istniejących krawędzi (jedyne wspólne punkty to końce odcinków). Definiujemy dwie funkcje:

Liczba – zwraca liczbę dotychczas utworzonych krawędzi,

Obwód – zwraca liczbę krawędzi na obwodzie figury powstałej w wyniku dodawania kolejnych punktów.

Zaprojektuj strukturę danych, która umożliwi dodawanie nowych punktów i obliczanie podanych funkcji w zamortyzowanym czasie stałym.