Egzamin z ASD - zadania
4 marca 2009

Zadanie 1 [18 punktów]

Zaproponuj strukturę danych, która umożliwi efektywne wykonywanie **ciągu** następujących operacji na słowie zero-jedynkowym o długości $n > 0$:

a) [10 punktów]
Ini($\langle b_1, b_2, \ldots, b_n \rangle$):: utwórz strukturę danych reprezentującą słowo b; ta operacja jest wykonywana tylko raz, na samym początku.
Zam(i: $1..n$):: $b_i := 1 - b_i$.
Blok(i: $1..n$):: podaj długość maksymalnego podsłowa $\langle b_j, b_{j+1}, \ldots, b_k \rangle$ złożonego z jednakowych symboli i takiego, że $j \le i \le k$.
b) [8 punktów]
Ini($\langle 1,1, \ldots, 1 \rangle$):: utwórz strukturę danych reprezentującą słowo b złożone z samych 1; ta operacja jest wykonywana tylko raz, na samym początku.
Zam(i: $1..n$):: **if** $b_i = 1$ **then** $b_i := 1 - b_i$.
Najbliższa(i: $1..n$):: podaj największą pozycję 1 w słowie b na lewo od b_i; jeśli takiej pozycji nie ma, to wynikiem jest 0.

Zadanie 2 [10 punktów]

Grafem trójkątnym nazywamy graf spójny, w którym każda dwuspójna składowa jest trójkątem (cyklem długości 3). Mamy dany graf trójkątny reprezentowany przez listy sąsiedztwa. Zaprojektuj algorytm, który w czasie liniowym obliczy dla tego grafu liczbę różnych cykli Eulera modulo 2009. Przyjmujemy, że każdy cykl Eulera jest zadawany przez ciąg kolejno odwiedzanych wierzchołków. Dwa ciągi takie same z dokładnością do przesunięcia cyklicznego definiują ten sam cykl.

Zadanie 3 [12 punktów]

Zaproponuj efektywny algorytm, który dla danej permutacji $p = \langle p_1, p_2, \ldots, p_n \rangle$ liczb $1, 2, \ldots, n$ policzy liczbę malejących trójek $\langle p_i, p_j, p_k \rangle$, dla $1 \le i < j < k \le n$.

W każdym zadaniu uzasadnij poprawność swojego rozwiązania i dokonaj analizy złożoności zaproponowanych algorytmów w zależności od rozmiaru danych.