

**Egzamin z ASD**  
**19.02.2020**

**Zadanie 1 [10 punktów]**

Niech  $A = [a_1, a_2, \dots, a_n]$  będzie ciągiem binarnym,  $n > 0$ .

- a) **[5 punktów]** Zaprojektuj wydajny algorytm, który obliczy ile dokładnie porównań zostanie wykonanych w stabilnym algorytmie sortowania przez wstawianie zastosowanym do ciągu  $A$ .
- b) **[5 punktów]** Ile wynosi dokładna średnia liczba porównań wykonywanych w stabilnym algorytmie sortowania przez wstawianie przy założeniu, że każdy ciąg binarny pojawia się na wejściu z jednakowym prawdopodobieństwem?

**Zadanie 2 [10 punktów]**

Niech  $A$  będzie dynamicznym zbiorem liczb całkowitych. Zaprojektuj strukturę danych umożliwiającą wydajne wykonywanie na zbiorze  $A$  następujących operacji:

- a) **[5 punktów]**  
Ini( $A$ ):: zainicjuj  $A$  jako pusty;  
Insert( $a$ ):: wstaw  $a$  do  $A$ ;  
Delete( $a$ ):: usuń  $a$  z  $A$ ;  
Largest::: podaj rozmiar największego podzbioru  $A$  zbudowanego z kolejnych liczb całkowitych  $i, i+1, i+2, \dots$ , dla pewnej liczby całkowitej  $i$ .
- b) **[5 punktów]**  
Ini( $A$ )::  $A := \{1, 2, \dots, n\}$   
Delete( $a$ ):: usuń  $a$  z  $A$ ;  
Largest::: podaj rozmiar największego podzbioru  $A$  zbudowanego z kolejnych liczb całkowitych  $i, i+1, i+2, \dots$ , dla pewnej liczby całkowitej  $i$ .  
W tym przypadku przyjmij, że ciąg operacji Delete, Largest jest dany off-line i chcemy znać odpowiedź na każde zapytanie Largest.

**Zadanie 3 [10 punktów]**

4-kaktusem nazywamy graf spójny, w którym każda dwuspójna składowa składa się z dokładnie 4 wierzchołków.

- a) **[2 punkty]** Ile wierzchołów jest w 4-kaktusie o dokładnie  $n$  dwuspójnych składowych?
- b) **[2 punkty]** Jaka jest maksymalna, a jaka minimalna wysokość DFS-drzewa w 4-kaktusie o  $n$  dwuspójnych składowych?
- c) **[6 punktów]** Dany jest 4-kaktus (przez listy sąsiedztwa) z dodatnimi wagami na krawędziach. Zaprojektuj wydajny algorytm, który dla danej pary wierzchołków  $u$  i  $v$  znajduje najbliższą ścieżkę między nimi.

**Zadanie 4 [10 punktów]**

Zaprojektuj wydajny algorytm, który dla danych słów  $x, y$  nad alfabetem  $\{d, i, k, s\}$  obliczy:

- a) **[6 punktów]** długość najdłuższego wspólnego podzłowa zawierającego podciąg  $d, i, k, s$ .
- b) **[4 punkty]** długość najkrótszego wspólnego podzłowa zawierającego podciąg  $d, i, k, s$ .

**Uwaga:** uzasadnij poprawność swoich rozwiązań i dokonaj analizy złożoności obliczeniowej zaproponowanych algorytmów.