

1. (5 pkt.) Tablica $a[1..n]$ zawiera n liczb całkowitych spełniających warunek

$$|a[i] - a[i + 1]| \leq n^2$$

dla każdego $i = 1, \dots, n - 1$. Zaprojektuj efektywny (czasowo) algorytm sortowania tablicy a , uzasadnij poprawność i zanalizuj złożoność swojego algorytmu.

2. (8 pkt.) Dla danego ciągu liczb całkowitych $(a_i)_{i=1, \dots, n}$, element a_k nazywamy dominującym, gdy $a_j < a_k$, dla każdego $j < k$. Zaprojektuj strukturę danych, która umożliwi wykonywanie następujących operacji na dynamicznym, początkowo pustym, ciągu α :

- DODAJ(α, y): dołącz na końcu ciągu α nowy element y ,
- USUŃ(α): usuń z ciągu α jego pierwszy element,
- LED(α): zwróć liczbę elementów dominujących w ciągu α .

Staraj się żeby koszty zamortyzowane poszczególnych operacji były jak najmniejsze. Uzasadnij poprawność i dokonaj analizy złożoności proponowanych przez siebie algorytmów.

3. (7 pkt.) Niech X będzie skończonym zbiorem liczb całkowitych i niech k będzie dodatnią liczbą całkowitą. Powiemy, że X jest k -zwały, gdy zawiera co najmniej k kolejnych liczb całkowitych. Zaprojektuj efektywny algorytm, który dla danego n -elementowego zbioru X sprawdza, czy ten zbiór jest $\lfloor \frac{n}{k} \rfloor$ -zwały. Możesz założyć, że elementy zbioru X dane są w tablicy $a[1..n]$. Uzasadnij poprawność i zanalizuj złożoność swojego algorytmu.