Klasówka z Algorytmów i Struktur Danych
23.11.2000

1. (12pkt)

- (4pkt)
  Zaprojektuj algorytm, który w miejscu i w czasie $O(n\log(k+1))$ wyznaczy liczbę k, różnych elementów w tablicy a?
  Wskazówka: Rozważ dwa przypadki: (a) $k \leq \sqrt{n}$; (b) $k > \sqrt{n}$.
- (3pkt)
  Załóżmy, że elementy w a należą do zbioru $\{1, 2, \ldots, k\}$, gdzie $1 \leq k \leq n$. Zaprojektuj algorytm, który posortuje a w miejscu i w czasie $O(n\log(k+1))$.
- (5pkt)
  Zaprojektuj algorytm, który w miejscu i w czasie $O(n\log(k+1))$ posortuje tablicę a, gdzie k jest liczbą różnych elementów w a.
  Wskazówka: skorzystaj z poprzednich punktów.

ytc. 2. (5pkt)
Reprezentacją Fibonacciego liczby całkowitej $n > 0$ nazywamy ciąg zero-jedynkowy $a_1, \ldots, a_k$ taki, że
(a) $n = \sum_{i=1}^{k} a_i * F_i$, gdzie F_i jest i-tą liczbą Fibonacciego (tutaj przyjmujemy, że $F_1 = 1, F_2 = 2$;
(b) $a_k = 1$;
(c) w ciągu (a_i) nie ma dwóch kolejnych jedynek.
Licznikiem Fibonacciego nazywamy tablicę $LF[1..\infty]$ zainicjowaną zerami i której kolejne elementy (do ostatniej jedynki włącznie) są reprezentacją Fibonacciego pewnej liczby naturalnej. Zaprojektuj operację dodawania 1 do licznika LF. Zbadaj jej koszt pesymistyczny i zamortyzowany. Za jednostkę kosztu przyjmij koszt zmiany 1 bitu na przeciwny. Przeprowadź analizę kosztu zamortyzowanego metodami: (a) księgowania i (b) potencjału.

3. (3pkt)
Jaki jest czas działania QuickSortu dla ciągu składającego się z k zer i $(n-k)$ jedynek $(0 \leq k \leq n)$? (Bierzemy pod uwagę wersję procedury podziału omawianą na wykładzie.) Odpowiedź uzasadnij.

Uwagi: Zadania (podzadania) rozwiązujemy na osobnych kartkach.
Każde zadanie algorytmiczne wymaga opisu algorytmu (nie programu) w sposób umożliwiający jego analizę, uzasadnienie poprawności algorytmu, analizę złożoności.