Klasówka z ASD – 25.11.2004

Zadanie 1 (6 punktów)

Podaj dokładne oszacowanie na liczbę liści (odpowiedzi) w drzewie decyzyjnym wyznaczającym najmniejszy element spośród elementów a[1], ..., a[n]? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2 (6 punktów)

Podaj permutację liczb 1, 2, ..., n, dla której podczas wykonywania algorytmu MergeSort (rekurencyjnie, z pomocniczą tablicą do scalania) element n jest porównywany z innymi największą liczbę razy. Ile wynosi taka liczba porównań? Odpowiedź uzasadnij. Możesz przyjąć, że n jest potęgą 2.

Zadanie 3 (8 punktów)

Rozważamy dynamiczny graf G o n wierzchołkach, na którym wykonywane są następujące operacje:

dodanie nowej krawędzi (możesz założyć, że nigdy nie powstaną krawędzie równoległe);
utożsamienie dwóch wierzchołków.

Operacja utożsamienia dwóch wierzchołków polega na połączeniu ich w nowy wierzchołek (nowy wierzchołek może być reprezentowany przez jeden z wierzchołków utożsamianych), którego sąsiadami w grafie są wszyscy sąsiedzi łączonych wierzchołków. Zakładamy, że nigdy nie utożsamiamy wierzchołków pomiędzy którymi istnieje ścieżka długości 2.

Przed pierwszą operacją i po ostatniej operacji graf G nie zawiera krawędzi. Graf G reprezentowany jest w pamięci komputera za pomocą list sąsiedztwa. Zaprojektuj algorytmy wstawiania krawędzi i utożsamiania wierzchołków tak.aby zamortyzowany czas ich wykonania był jak najlepszy. W celu uzyskania efektywnych algorytmów możesz wzbogacić strukturę list sąsiedztwa o dodatkowe informacje. Podaj zamortyzowany i pesymistyczny czas zaprojektowanych algorytmów.

Zadanie 4 (bonus, 10 punktów)

Spróbuj zaprojektować kolejkę priorytetową, której podstawą są drzewa lewicowe (kolejka może być lasem drzew lewicowych), umożliwiającą wykonywanie operacji Insert, Min w stałym czasie, i DeleteMin w czasie zamortyzowanym O(log n). Uzasadnij poprawność swojego rozwiązania i dokonaj analizy złożoności.