

Zadanie 1 [5 punktów]

Zaprojektuj optymalny algorytm pod względem pesymistycznej liczby porównań, który znajduje dwa środkowe elementy w zbiorze czterech elementów. Dowiedz poprawności swojego rozwiązania.

Zadanie 2 [10 punktów]

**Drzewem klasówkowym** nazywamy pełne drzewo binarne, w którym klucze są rozmieszczone zgodnie z następującą regułą: *dla każdego węzła  $x$  najmniejszy klucz w poddrzewie o korzeniu  $x$  znajduje się w jego lewym poddrzewie.*

Zaproponuj implementację drzewa klasówkowego w sposób, który umożliwia wydajne wykonywanie operacji kolejki priorytetowej:

Ini:: mając dane  $n=2^k-1$  kluczy zbuduj  $n$ -węzłowe drzewo klasówkowe

Min:: podaj wartość najmniejszego klucza w drzewie

ChangeKey( $x,k$ ):: zmień wartość klucza we wskazanym węźle  $x$  na  $k$

Uzasadnij poprawność swoich rozwiązań oraz dokonaj analizy ich złożoności obliczeniowej.

Zadanie 3 [5 punktów]

Danych jest  $k$  uporządkowanych list o długościach będących parami różnymi potęgami dwójki. Zaproponuj wydajny algorytm scalenia tych list w jedną listę uporządkowaną. Uzasadnij poprawność swojego algorytmu i dokonaj analizy jego złożoności obliczeniowej ze względu na liczbę porównań wykonywanych podczas scalania.