

Klasówka z ASD

24.XI.2022

Zadanie 1 [11 punktów]

Dla dodatniej liczby całkowitej n , w tablicy $a[1..n]$ zapisano n różnych elementów z pewnego liniowo uporządkowanego uniwersum. Rangą elementu $a[i]$, oznaczanego przez $R(i)$, nazywamy pozycję tego elementu w tablicy a po jej uporządkowaniu rosnąco.

Przykład

Dla $a = [2, 5, 3, 4]$, rangami elementów $a[1]$, $a[2]$, $a[3]$ i $a[4]$ są odpowiednio 1, 4, 2, 3.

Dla nieujemnej liczby całkowitej k powiemy, że tablica jest k -zaburzona wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $i = 1, 2, \dots, n$, $|R(i) - i| \leq k$.

Dana jest liczba całkowita k , $0 \leq k < n$, oraz k -zaburzona tablica $a[1..n]$.

- [4 punkty] Zaproponuj wydajny algorytm, który zbuduje w tablicy a kopiec zupełny typu MIN.
- [3 punkty] Zaproponuj algorytm, optymalny ze względu na liczbę porównań, sortowania 1-zaburzonej tablicy a .
- [4 punktów] Zaproponuj asymptotycznie optymalny algorytm sortowania tablicy a .

Zadanie 2 [4 punkty]

W tym zadaniu rozważamy skończone słowa nad alfabetem $\{d,i,k,s\}$. Niech s będzie słowem i niech $s[j]$ będzie j -tym znakiem w tym słowie. Blokiem znaku $s[j]$ nazywamy maksymalne pod słowo s zawierające znak $s[j]$, w którym wszystkie znaki są takie same, równe $s[j]$. Taki blok oznaczamy przez $B(s,j)$.

Przykład

W słowie $s = abbaac$ mamy $B(s,3) = bb$, $B(s,4) = aa$.

O dwóch słowach s_1 i s_2 powiemy, że są podobne wtedy i tylko wtedy, gdy $|s_1| = |s_2|$ oraz dla każdego $j = 1, \dots, |s_1|$, bloki $B(s_1,j)$ i $B(s_2,j)$ są tej samej długości.

Zaprojektuj wydajny algorytm, który dla danego zbioru Q złożonego z n skończonych słów nad alfabetem $\{d,i,k,s\}$, wyznaczy wszystkie jego maksymalne (nie dające się rozszerzyć) podzbiory słów podobnych.

Zadanie 3 [5 punktów]

Dane są trzy, początkowo puste stosy S_1, S_2, S_3 . Operacja PołożŻeton(i) polega na położeniu nowego żetonu na stos S_i . Jeśli po dołożeniu żetonu liczba żetonów na stosie S_i jest 3 razy większa od łącznej liczby żetonów na dwóch pozostałych stosach, $2/3$ wszystkich żetonów ze

stosu S_i zostaje przeniesionych na dwa pozostałe stosy, po tyle samo żetonów na każdy z nich. Operacjami elementarnymi w procedurze PołożŻeton są operacje stosowe Push i Pop.

Dokonaj analizy kosztu zamortyzowanego operacji PołożŻeton.

Za prawidłową analizę otrzymasz 3 punkty. Za prawidłową analizę metodą funkcji potencjału – 5 punktów.

Uwaga: W każdym zadaniu uzasadnij poprawność swoich rozwiązań i dokonaj analizy złożoności obliczeniowej zaproponowanych algorytmów.