

1. (8 punktów)

Zaprojektuj strukturę danych umożliwiającą wykonywanie na skończonym zbiorze liczb rzeczywistych X następujących operacji:

$Empty(X) :: X := \emptyset$

$Insert(X, x) :: X := X \cup x$

$Delete(X, x) :: X := X - x$

$Closest(X) :: \text{return } \min_{x \neq y} |x - y|;$

Opisz algorytmy wykonywania poszczególnych operacji i zanalizuj ich złożoność.

2. (7 pkt)

Dany jest spójny, nieskierowany graf $G = (V, E)$ i zbiór krawędzi $F \subseteq E$ pewnego drzewa rozpinającego. Zaproponuj efektywny algorytm, który sprawdza, czy można tak zbudować listy sąsiedztwa dla grafu G , żeby krawędzie z F były krawędziami DFS-drzewa rozpinającego G o korzeniu w wierzchołku 1. (Uwaga: zakładamy, że $V = \{1, 2, \dots, n\}$ i że graf G jest dany przez listy sąsiedztwa.)

Uzasadnij poprawność i zanalizuj złożoność swojego rozwiązania.

3. (5 pkt)

Kaktusem nazywamy graf spójny, w którym każda dwuspójna składowa jest cyklem elementarnym. Rozważamy kaktusy z wagami na krawędziach. Zaproponuj efektywny algorytm obliczania minimalnego drzewa rozpinającego w kaktusie z wagami.

Uzasadnij poprawność i zanalizuj złożoność swojego rozwiązania.