

Zadanie 1 [12 punktów]

Kaktusem nazywamy graf spójny, w którym każda dwuspójna składowa jest krawędzią lub cyklem.

Niech  $G$  będzie  $n$ -wierzchołkowym kaktusem, zadany przez listy sąsiedztwa.

- a) [2 punkty] Ile maksymalnie krawędzi może mieć graf  $G$ ?
- b) [6 punkty] Wzbogać algorytm przeszukiwania w głąb grafu  $G$  w taki sposób, żeby obliczał także liczbę cykli nieparzystej długości w tym grafie.
- c) [4 punkty] Załóżmy, że krawędziom grafu  $G$  przypisano wagi całkowitoliczbowe. Zaproponuj algorytm, który w czasie liniowym znajdzie minimalne drzewo rozpinające grafu  $G$ .

Zadanie 2 [8 punktów]

Niech  $Z$  będzie dynamicznym, skończonym podzbiorem zbioru dodatnich liczb całkowitych, początkowo pustym. Rozważmy następujące trzy operacje na zbiorze  $Z$ :

Insert( $Z, k$ )::  $Z := Z + \{k\}$

Delete( $Z, k$ )::  $Z := Z - \{k\}$

FirstNotIn( $Z$ ):: return  $\text{Min}(\{1, 2, 3, \dots\} - Z)$

- a) [4 punkty] Zaproponuj strukturę danych, która umożliwi efektywne wykonywanie powyższych operacji. Opisz ich implementację.
- b) Dana jest dodatnia liczba całkowita  $n$ , a następnie ciąg złożony z  $n$  operacji Insert lub FirstNotIn. Zaproponuj efektywny algorytm, który obliczy ciąg wyników kolejnych operacji FirstNotIn.

Uwaga: uzasadnij poprawność swoich rozwiązań i dokonaj analizy złożoności obliczeniowych zaproponowanych algorytmów.