

### Zadanie 1 [7 punktów]

Zaprojektuj strukturę danych, która umożliwi efektywne wykonywanie ciągu operacji  $\text{Łącz}(u,v)$  i  $\text{Głębokość}(u)$  na lesie drzew ukorzenionych o zbiorze wierzchołków  $\{1,2, \dots, n\}$ . Początkowo każde drzewo jest jednowierzchołkowe. Operacja  $\text{Łącz}(u,v)$  polega na połączeniu dwóch różnych drzew o korzeniach  $u$  i  $v$  w jedno drzewo o korzeniu  $v$ , poprzez uczynienie  $u$  synem  $v$  (podwiązanie  $u$  do  $v$ ). Operacja  $\text{Głębokość}(u)$  polega na wyznaczeniu głębokości wierzchołka  $u$  w aktualnie zawierającym go drzewie w lesie. Podaj sposób i koszt inicjacji swojej struktury danych, a następnie koszt wykonania każdej z operacji  $\text{Łącz}$  i  $\text{Głębokość}$  w zaprojektowanym przez siebie rozwiązaniu.

### Przykład

Dla  $n = 5$ , po wykonaniu operacji  $\text{Łącz}(1,2)$ ,  $\text{Łącz}(2,3)$ ,  $\text{Łącz}(3,4)$ ,  $\text{Łącz}(4,5)$  wynikiem  $\text{Głębokość}(2)$  jest 3.

### Zadanie 2 [7 punktów]

Zaprojektuj strukturę danych, która pamięta dynamiczny ciąg liczbowy  $x_1, x_2, \dots, x_n$  i pozwala na wydajne wykonywanie następujących operacji:

$\text{Ini}()$ : zainicjuj ciąg jako pusty;

$\text{Usuń}(i)$ : usuń  $i$ -ty element ciągu;

$\text{Wstaw}(i,a)$ : wstaw liczbę  $a$  jako  $i$ -ty element ciągu;

$\text{Podaj}(i)$ : podaj  $i$ -ty element ciągu;

$\text{Suma\_parzystych}()$ : podaj sumę wszystkich elementów na pozycjach parzystych w ciągu.

### Zadanie 3 [6 punktów]

Do początkowo pustej (zwykłej) kolejki dwumianowej wstawiono kolejno 23 elementy:

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	23
r									0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	0	1	2	
El	5	8	3	2	1	1	6	9	2	1	2	2	4	2	7	1	1	1	1	1	1	1	23
			0		9				2	7	1	0			1	2	0	4	3	6	8		

- Ile drzew dwumianowych zawiera ta kolejka?
- Podaj elementy, które znajdują się w korzeniach drzew dwumianowych w tej kolejce.
- Ile jest liści we wszystkich drzewach w tej kolejce?